

Problemas de Cálculo diferencial con MAXIMA CAS

►Ceros de funciones.

Ayudado por los gráficos de las funciones y utilizando el Teorema de Bolzano para las funciones continuas estudia los ceros de las siguientes funciones en \mathbb{R} :

1. $x - \sin(x) - 1$
2. $e^x + \sin(x)$
3. $x^{13} - \frac{12}{x^2 + 13 + \sin(x)}$
4. $\arctan(x) + e^x - 15$
5. $\log(x + 1) - \cos(x)$

►Polinomio de Taylor.

1. Encontrar el polinomio de Taylor de función $f(x) = e^{-x^2} \sin(x)$ alrededor del cero de varios órdenes y dibujarlo junto a la función.
2. ¿Cuántos términos necesitas para aproximar e y e^2 mediante números racionales hasta orden 10^{-4} y 10^{-5} ?
3. ¿Y para aproximar $\sin(1/2)$ hasta orden 10^{-20} ?

►Estudiando funciones.

1. Calcula los extremos de la función $f(x) = \sin((x + 1)^2(x + 2))$ en el intervalo $[-3, 0]$.
2. Derivando funciones con valores absolutos: $f(x) = \sin(|x|)$.
3. Calcula los extremos de la función $f(x) = x^x$, $x > 0$. ¿Se podría definir para que fuese continua en $x = 0$?
4. Estudiar la función $f(x) = (x - 3)^2 e^{|x|}$. Calcular extremos, puntos de inflexión y asíntotas.

5. Estudiar la función $f(x) = \begin{cases} x + \sqrt{1 + x^2}, & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{1}{1 + (x \log(x))^2}, & \text{si } x > 0. \end{cases}$

►Problemas:

1. Encontrar los extremos de $f(x) = x^2 - x \sin(x) - \cos(x)$.
2. Encontrar los extremos de $f(x) = \begin{cases} \exp(x + 1/x), & \text{si } x \leq 0, \\ 2x \arctan(x) - \log(1 + x^2) - x^2, & \text{si } x > 0. \end{cases}$
3. Estudia la función $f(x) = \frac{(x + 1)^2}{x^2 + 1} - 1$.
4. Estudia la función $f(x) = \frac{e^{1/x}}{1 - x}$.