11.2. Propiedades de las funciones derivables

Definición 11.4 *Diremos que una función $f(x)$ tiene un máximo local en el punto $x = a$ si en todo un entorno $(a - \delta, a + \delta)$, $\delta > 0$, de $x = a$, $f(x) \leq f(a)$.*

Diremos que una función $f(x)$ tiene un mínimo local en el punto $x = a$ si en todo un entorno $(a - \delta, a + \delta)$, $\delta > 0$, de $x = a$, $f(x) \geq f(a)$.

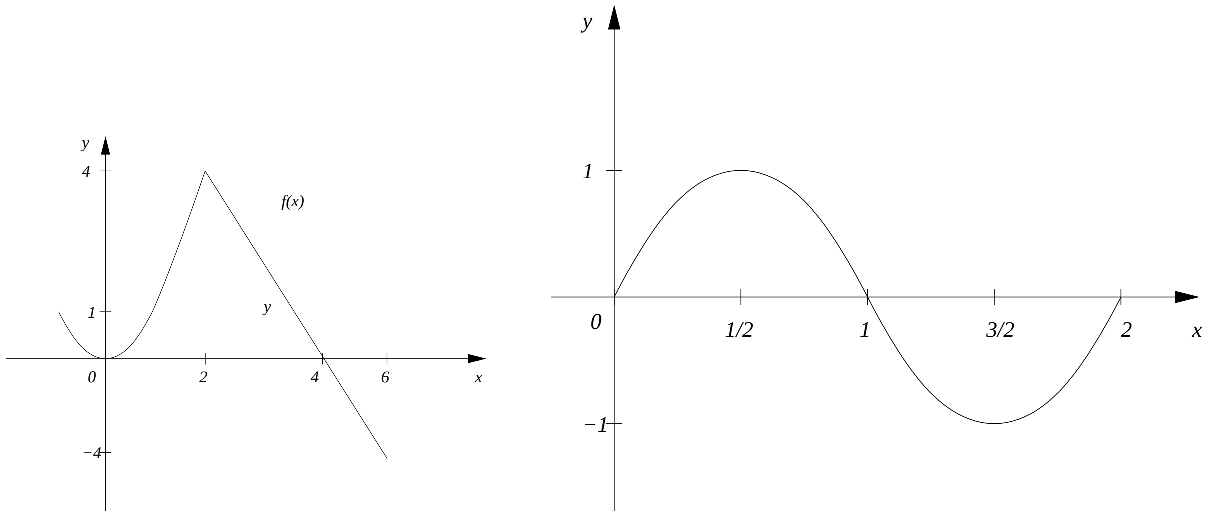

Figura 36: Máximos y mínimos locales.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & -1 \leq x < 2 \\ -2x + 8 & 2 \leq x \leq 6 \end{cases} \qquad g(x) = \sin \pi x, \quad x \in [0, 2].$$

Teorema 11.2 *(Lema de Fermat) Si una función tiene un extremo local en $x = a$ y $f(x)$ es derivable en $x = a$, entonces, $f'(a) = 0$.*

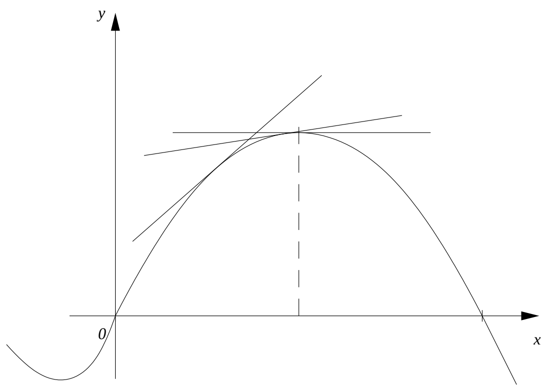

Figura 37: Lema de Fermat.

Teorema 11.3 *(Teorema de Rolle) Sea $f(x) : [a, b] \longrightarrow \mathbb{R}$, continua en $[a, b]$ y derivable (a, b) tal que $f(a) = f(b)$. Entonces, $\exists c \in (a, b)$, tal que $f'(c) = 0$.*

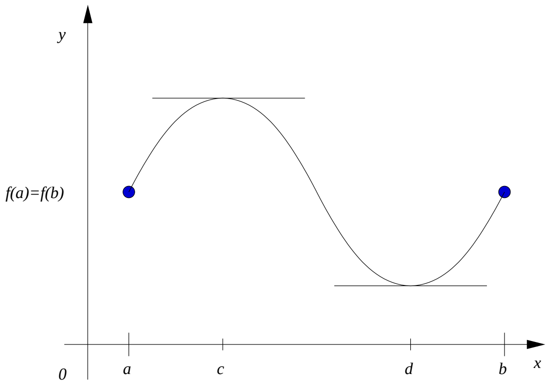

Figura 38: Interpretación geométrica del Teorema de Rolle.

Teorema 11.4 *(Teorema del valor medio de Lagrange) Sea la función $f(x) : [a,b] \longrightarrow \mathbb{R}$, continua en todo el intervalo cerrado $[a,b]$ y derivable en el intervalo abierto (a,b). Entonces, existe un c en el interior de del intervalo $[a,b]$, $c \in (a,b)$, tal que*

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

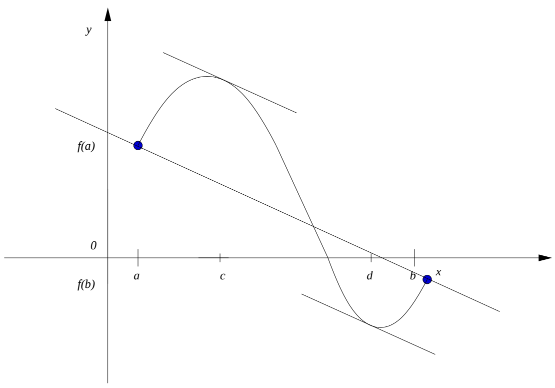

Figura 39: Interpretación geométrica del Teorema del Valor Medio de Lagrange.